1 - Barycentre de 2 points

Soit $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$ deux points pondérés du plan tels que : $\alpha+\beta\neq 0$
Il existe un point unique G vérifiant l'égalité :

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

→ **Le point G s'appelle le barycentre** des points pondérés $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$.

2 - Homogénéité du Barycentre (2 points)

Si G est le barycentre des points pondérés $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$, alors G est aussi le barycentre des points pondérés $(A;k\alpha)$ et $(B;k\beta)$ pour tout réel k non nul.
→ **Le barycentre ne change pas** si on multiplie ou on divise ses coefficients par un même nombre réel non nul.

3 - Propriété caractéristique du Barycentre

Soit $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$ deux points pondérés du plan tels que : $\alpha+\beta\neq 0$
G est le barycentre des points pondérés $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$ si et seulement si, pour tout point M du plan :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$$

C'est-à-dire :

$$\overrightarrow{MG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{MA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{MB}$$

4 - Coordonnées du Barycentre

Soit $(O;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan et $A(x_A,y_A)$, $B(x_B,y_B)$.
Si G est le barycentre des points pondérés $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$, alors les coordonnées de G sont :

$$G\left(x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta},\ y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta}\right)$$

5 - Barycentre de 3 points

Soit $(A;\alpha)$, $(B;\beta)$ et $(C;\gamma)$ trois points pondérés du plan tels que : $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$

Il existe un point unique vérifiant l'égalité :

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$

$\rightarrow$ **Le point G s'appelle le barycentre** des points pondérés $(A;\alpha)$, $(B;\beta)$ et $(C;\gamma)$.

6 - Homogénéité du Barycentre (3 points)

Si G est le barycentre des points pondérés $(A;\alpha)$, $(B;\beta)$ et $(C;\gamma)$, alors G est aussi le barycentre des points pondérés $(A;k\alpha)$, $(B;k\beta)$ et $(C;k\gamma)$ pour tout réel k non nul.

7 - Propriété caractéristique du Barycentre (3 points)

Soit $(A;\alpha)$, $(B;\beta)$ et $(C;\gamma)$ trois points pondérés du plan tels que : $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$

G est le barycentre des points pondérés $(A;\alpha)$, $(B;\beta)$ et $(C;\gamma)$ si, pour tout point M du plan :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$$

C'est-à-dire :

$$\overrightarrow{MG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{MA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{MB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{MC}$$

8 - Associativité du Barycentre

Soit $(A;\alpha)$, $(B;\beta)$ et $(C;\gamma)$ trois points pondérés du plan tels que : $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ et $\alpha+\beta\neq 0$

Si G est le barycentre des points $(A;\alpha)$, $(B;\beta)$ et $(C;\gamma)$ et H le barycentre des points $(A;\alpha)$ et $(B;\beta)$, alors G est aussi le barycentre des points $(H;\alpha+\beta)$ et $(C;\gamma)$.

9 - Coordonnées du Barycentre (3 points)

Soit $(O;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan.

Si G est le barycentre du système pondéré $\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;\gamma)\}$, alors :

$$G(x_G,y_G)=\left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma},\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$$