

## 1 Ensemble des entiers naturels

### ☰ Définition : Ensemble $\mathbb{N}$

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  : ensemble des entiers naturels

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, \dots\}$  : ensemble des entiers naturels non nuls

## 2 Diviseurs et multiples

### ☰ Définition : Diviseurs et multiples

Soit  $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$ . On dit que  $a$  est un multiple de  $b$  (ou  $b$  est un diviseur de  $a$ ) s'il existe  $k \in \mathbb{N}$  tel que  $a = kb$ .

### ✓ Propriété : Propriétés

- Tout nombre entier naturel non nul a au moins deux diviseurs : 1 et lui-même.
- 0 est un multiple de tous les entiers naturels.

## 3 Critères de divisibilité

### ✓ Propriété : Critères de divisibilité

Un nombre  $n$  est divisible par :

- 2 : si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8
- 3 : si la somme de ses chiffres est divisible par 3
- 4 : si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4
- 5 : si son chiffre des unités est 0 ou 5
- 9 : si la somme de ses chiffres est divisible par 9

## 4 Parité d'un entier

### ☰ Définition : Nombres pairs et impairs

- Pair :  $n = 2k$ ,  $k \in \mathbb{N}$
- Impair :  $n = 2k + 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$

### ✓ Propriété : Parité des opérations

Nombres	a	b	$a + b$	$a - b$	$a \times b$
Parité des nombres	pair	pair	pair	pair	pair
	impair	impair	pair	pair	impair
	pair	impair	impair	impair	pair

## 5 Nombres premiers

### Définition : Nombre premier

Un nombre entier naturel est dit premier s'il admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

### Exemple : Nombres premiers

Les nombres premiers inférieurs à 20 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

## 6 Décomposition en facteurs premiers

### Propriété : Décomposition en facteurs premiers

Tout entier naturel non premier se décompose en produit de facteurs premiers de manière unique.

### Exemple : Décomposition en facteurs premiers

—  $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

—  $1000 = 2^3 \times 5^3$

## 7 PGCD et PPCM

### Définition : PGCD

Le PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) de deux nombres  $a$  et  $b$  est le plus grand diviseur commun de  $a$  et  $b$ . Notation :  $\text{PGCD}(a, b)$  ou  $a \vee b$ .

### Définition : PPCM

Le PPCM (Plus Petit Commun Multiple) de deux nombres  $a$  et  $b$  est le plus petit multiple commun de  $a$  et  $b$ . Notation :  $\text{PPCM}(a, b)$ .

### Propriété : Calcul du PGCD et PPCM

— PGCD : produit des facteurs communs avec le plus petit exposant

— PPCM : produit des facteurs communs et non communs avec le plus grand exposant

### Exemple : Calcul du PGCD et PPCM

Pour  $a = 36 = 2^2 \times 3^2$  et  $b = 48 = 2^4 \times 3$  :

—  $\text{PGCD}(36, 48) = 2^2 \times 3 = 12$

—  $\text{PPCM}(36, 48) = 2^4 \times 3^2 = 144$